# Leseproben aus dem Buch „Grundwissen Elektrotechnik“

Franzis-Verlag, 85586 Poing ISBN 978-3-645-65078-6
Autor des Buches: Leonhard Stiny



Die Formatierung dieser Leseprobe weicht von der Formatierung des Buches ab.

# Leseprobe 1

## 2.2 Das ohmsche Gesetz

### 2.2.1 Aussage des ohmschen Gesetzes

Das ohmsche Gesetz drückt Folgendes aus:

**Der Widerstand eines metallischen Leiters aus einem bestimmten Material ist (bei gleichbleibender Temperatur) konstant.**

Die **Stromstärke** im Leiter eines geschlossenen Stromkreises ist

- **direkt proportional zur Spannung** der Spannungsquelle und
- **umgekehrt proportional zum Widerstand** des Leiters.

Anders ausgedrückt:

**Die Stromstärke ist umso größer, je größer die Spannung und je kleiner der Widerstand ist.**

Dieser Sachverhalt soll wieder durch einen Vergleich mit Wasser erläutert werden.

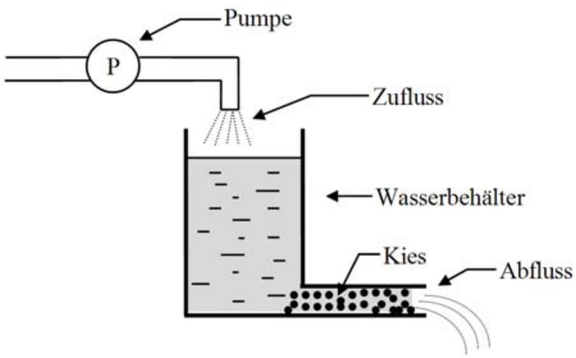



**Abb. 2.1:** Wasserstrom als Vergleich mit elektrischem Strom

In Abb.2.1 wird der Füllstand des Wassers im Wasserbehälter durch einen Zufluss mit Pumpe auf konstanter Höhe gehalten. Das Abflussrohr ist mit Kies gefüllt.

Die Menge des abfließenden Wassers hängt ab von:

1. Der Höhe des Füllstandes. Je höher der Wasserstand ist, umso größer ist der Druck und umso mehr Wasser wird durch das Abflussrohr gepresst.
2. Der Durchlässigkeit des Abflussrohres. Je gröber der Kies ist, umso mehr Wasser wird durchgelassen.

Nehmen wir an, normalerweise fließt in einer Sekunde ein Liter Wasser aus dem Abflussrohr.

Wird der Wasserstand auf das doppelte erhöht, der Wasserdruck somit verdoppelt, so fließt in einer Sekunde die doppelte Menge an Wasser (zwei Liter) aus.

Wird jedoch z. B. durch feinkörnigen Sand die Durchlässigkeit des Abflussrohres halbiert (der Wasserwiderstand verdoppelt), so fließt in einer Sekunde nur noch die halbe Menge an Wasser (½ Liter) aus. Im Vergleich mit dem elektrischen Strom gilt:

1. Der Wasserdruck entspricht der elektrischen Spannung.
2. Dem Wasserwiderstand entspricht der elektrische Widerstand des Leiters.
3. Der abfließenden Wassermenge entspricht die Stromstärke im Leiter.

**Wird z. B. die Spannung verdoppelt, so verdoppelt sich auch die Stromstärke. Wird jedoch der Widerstand verdoppelt, so halbiert sich die Stromstärke.**

Durch Auflösen des ohmschen Gesetzes in der Form $R = \frac{U}{I}$ nach $I$ erhält man $I = \frac{U}{R}$.

Aus dieser Form ist ersichtlich:

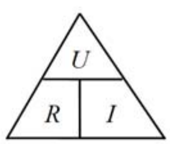
1. Die Stromstärke ist umso größer, je größer die Spannung ist (ein Bruch ist umso größer, je größer der Zähler ist).
2. Die Stromstärke ist umso kleiner, je größer der Widerstand ist (ein Bruch ist umso kleiner, je größer der Nenner ist).

### 2.2.2 Rechnen mit dem ohmschen Gesetz

Das ohmsche Gesetz lässt sich in drei verschiedenen Formen darstellen. Sind zwei der drei Größen bekannt, so kann die dritte Größe berechnet werden.

$\boxed{R = \frac{U}{I}}$ $\boxed{I = \frac{U}{R}}$ $\boxed{U = R \cdot I}$

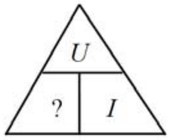
Zur mathematischen Umstellung des ohmschen Gesetzes sei ein kleiner Trick zum besseren Merken angeführt. Man kann sich das ohmsche Gesetz in folgender Form merken:



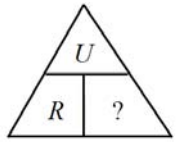

Man merkt sich den *Wortlaut* des Dreiecks: URI.

Der *waagrechte Strich* im Dreieck entspricht einem *Bruchstrich*, der *senkrechte Strich* einer *Multiplikation*. Die *gesuchte Größe* wird gefunden, indem sie *abgedeckt* wird.

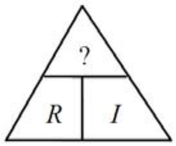
**Beispiele:**




$R = \frac{U}{I}$ oder




$I = \frac{U}{R}$ oder




$U = R \cdot I$

**Aufgabe 1:**

Eine Taschenlampenbatterie hat eine Spannung von 4,5 Volt. Welchen Widerstand hat ein Glühlämpchen, wenn im geschlossenen Stromkreis ein Strom von 0,1 A fließt?

*Lösung:*

Die Rechnung ergibt: $R = \frac{U}{I} = \frac{4{,}5\ \text{V}}{0{,}1\ \text{A}} = \underline{\underline{45\ \Omega}}$

## 2.2.3 Grafische Darstellung des ohmschen Gesetzes

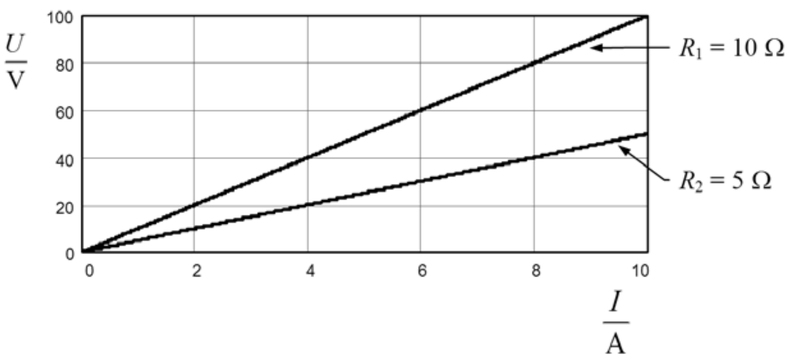



**Abb. 2.2:** Die Spannung als Funktion des Stromes (zwei Widerstandskenn-linien)

Die Funktion $U = f\left(I\right) = R \cdot I$ stellt bei konstantem Widerstand $R$ eine Gerade durch den Ursprung des Koordinatensystems dar. Man vergleiche die Geradengleichung $y = \mathrm{m} \cdot x$ mit der Steigung m.

Man kann aus Abb.2.2 ablesen: $\frac{100\ \text{V}}{10\ \text{A}} = \frac{60\ \text{V}}{6\ \text{A}} = \frac{40\ \text{V}}{4\ \text{A}} = 10\ \Omega = R_1$

Oder: $\frac{50\ \text{V}}{10\ \text{A}} = \frac{20\ \text{V}}{4\ \text{A}} = 5\ \Omega = R_2$

Die Abhängigkeit der Spannung $U$ vom Strom $I$ ist linear, in Abb.2.2 als Gerade eingezeichnet. Der ohmsche Widerstand bleibt unabhängig von der angelegten Spannung konstant.

Bauteile (z. B. ein aufgewickelter Draht als Widerstand), für die dieses Gesetz gilt, werden **lineare Bauteile** genannt. Ein Stromkreis, der aus linearen Bauteilen besteht, wird **linearer Stromkreis** genannt.

### 2.2.4 Zusammenfassung: Das ohmsche Gesetz

1. Die Stromstärke im Leiter eines geschlossenen Stromkreises ist
   - **direkt proportional zur Spannung** ( $I \sim U$ ) der Spannungsquelle und
   - **umgekehrt proportional zum Widerstand** ( $I \sim \frac{1}{R}$ ) des Leiters.
2. Sind zwei Größen des ohmschen Gesetzes bekannt, so kann die dritte berechnet werden.

## Leseprobe 2

## 8.7 Analyse von Netzwerken

Die Analyse von Netzwerken beinhaltet die Berechnung von Strömen und Spannungen (oder anderer Größen wie Widerständen, Leistungen) in einer beliebigen elektrischen Schaltung, in der nicht nur eine, sondern auch mehrere Spannungsquellen vorkommen können. Durch Anwendung der Kirchhoff'schen Gesetze lassen sich beliebige Netzwerke berechnen.

Netzwerke bestehen aus der Zusammenschaltung von Bauelementen zu beliebig komplizierten Schaltungen. In Netzwerken unterscheidet man Zweige, Knoten und Maschen. Ein **Zweig** ist der direkte Strompfad zwischen zwei Punkten, in ihm fließt ein **Zweigstrom**. Die positive Stromrichtung eines Zweiges wird durch einen entsprechenden Bezugspfeil festgelegt. Die Spannung zwischen zwei Endpunkten eines Zweiges wird als **Zweigspannung** bezeichnet. Ein **Knoten** ist eine Stromverzweigung, also ein Punkt im Netzwerk, in dem mindestens zwei Zweige zusammenstoßen. Als **Knotenpunkt-spannung** ist die Spannung eines Knotens gegenüber einem beliebigen Bezugspunkt definiert. Eine **Masche** ist ein über mehrere Zweige geschlossener Umlauf, in ihr fließt ein **Maschenstrom**. Als (vollständigen) **Baum** bezeichnet man die Verbindung aller Knoten auf einem **nicht** geschlossenen Weg. Die übrigen (entfernten) Zweige werden **Verbindungszweige** (oder Glieder) genannt. Zu einem Netzwerk gibt es i. a. viele mögliche Bäume. In einem Netzwerk mit $k$ Knoten besitzt der Baum $k-1$ Zweige.

Werden in der zeichnerischen Darstellung die Elemente eines Netzwerkes durch einfache Linien ersetzt, so erhält man den **Graphen** des Netzwerkes. Er stellt ein Skelett des Netzwerkes dar. Der Graph eines Netzwerkes kann zeichnerisch unterschiedlich dargestellt werden.

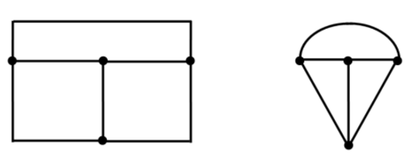


**Abb. 8.13:** Unterschiedliche Darstellung identischer Graphen

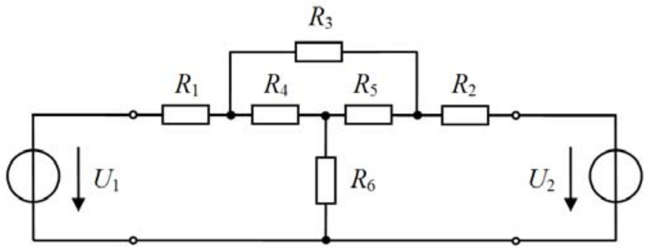
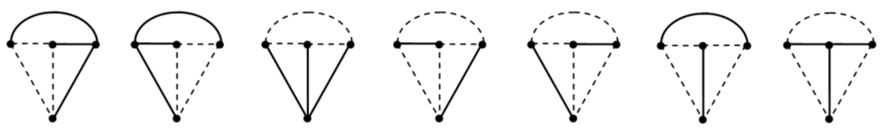


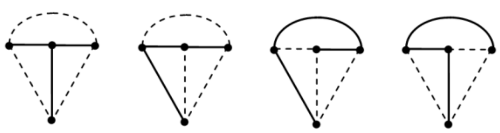

**Abb. 8.14:** Beispiel eines Netzwerkes

Das obige Netzwerk besitzt $z = 6$ Zweige und $k = 4$ Knoten.

Der Graph des Netzwerkes mit den sieben möglichen, verschiedenen Maschen (gestrichelt):



Beispiele möglicher Bäume (die Verbindungszweige sind gestrichelt gezeichnet):



## 8.7.1 Die Maschenanalyse

Voraussetzung für die Maschenanalyse ist, dass im Netzwerk nur Spannungsquellen vorkommen. Vorhandene Stromquellen werden zuerst in Spannungsquellen umgewandelt.

Die Größen der Spannungsquellen und der Widerstände im Netzwerk werden als bekannt vorausgesetzt.

Gesucht sind die Zweigströme und die Zweigspannungen.

**Erster Schritt:**

Man zeichnet den Graphen des Netzwerkes und wählt einen (beliebigen) Baum aus.

**Zweiter Schritt:**

In die gegebene Schaltung werden für alle Spannungen und Ströme Richtungspfeile eingetragen. Die Richtungspfeile der Spannungsquellen werden vom Plus- zum Minuspol weisend eingetragen. Strompfeile erhalten entsprechend dem Erzeuger-Zählpfeilsystem die entgegengesetzte Richtung zu den Spannungspfeilen der Spannungsquellen. Den Richtungspfeilen der Spannungsabfälle an den Widerständen wird nach dem Verbraucher-Zählpfeilsystem die gleiche Orientierung gegeben wie den zugehörigen Strompfeilen. Die Spannungspfeile an den Widerständen erhalten also die gleiche Richtung wie die zugeordneten Strompfeile. Solange dies eingehalten wird, sind die Richtungen der Strom- und Spannungspfeile frei wählbar.

**Dritter Schritt:**

Alle Maschen mit nur **einem Verbindungs**zweig werden durch einen Umlaufpfeil gekennzeichnet, der die Richtung des Umlaufens der Masche festlegt. (Wählt man eine Masche mit mehreren Verbindungszweigen, so sind die Gleichungen in Schritt vier nicht linear unabhängig, und das Gleichungssystem ist nicht lösbar.) Die Umlaufrichtung der Masche kann willkürlich gewählt werden.

**Vierter Schritt:**

Für jede so festgelegte Masche des Netzwerkes wird entsprechend dem zweiten Kirchhoff'schen Gesetz eine Gleichung aufgestellt. Jede Maschengleichung wird niedergeschrieben, indem alle Spannungen der Masche vorzeichenrichtig aufsummiert und gleich null gesetzt werden.

Für ein Netzwerk mit $z$ Zweigen und $k$ Knoten erhält man durch dieses Vorgehen ein Gleichungssystem mit $m = z - k + 1$ Maschengleichungen.

**Fünfter Schritt:**

Die Spannungsabfälle an den Widerständen werden nach dem ohmschen Gesetz durch die zugehörigen Ströme ausgedrückt. Bei einiger Übung kann dies auch sofort in Schritt vier erfolgen.

**Sechster Schritt:**

Die Ströme in den Zweigen des Baumes werden entsprechend dem ersten Kirchhoff'schen Gesetz durch die Ströme der Verbindungszweige ausgedrückt, und in das oben gewonnene Gleichungssystem eingesetzt. Für ein Netzwerk mit $k$ Knoten sind dazu $k-1$ Knotengleichungen aufzustellen.

**Siebter Schritt:**

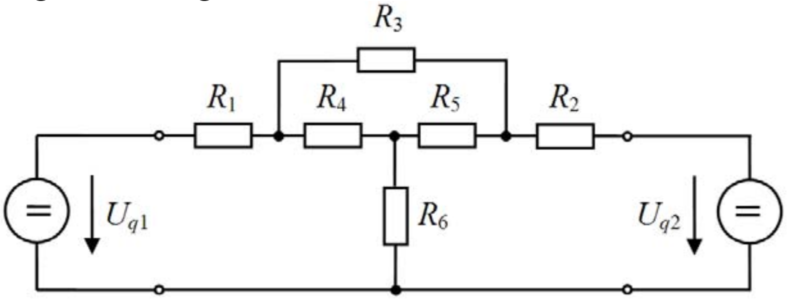
Das Gleichungssystem mit $m$ Gleichungen und $m$ Unbekannten (den gesuchten Strömen in den Verbindungszweigen) wird gelöst.

Auf diese Weise werden die unbekannten Ströme in den Verbindungszweigen bestimmt. Ist die Spannung eines Verbindungszweiges gesucht, so kann diese anschließend einfach nach dem ohmschen Gesetz berechnet werden.

Die Ströme in den Zweigen des Baumes wurden bereits in Schritt sechs durch die Ströme in den Verbindungszweigen ausgedrückt und lassen sich, nachdem diese bekannt sind, leicht berechnen. Ebenso können anschließend die Spannungen der Zweige des Baumes nach dem ohmschen Gesetz leicht berechnet werden.

## Beispiel zur Maschenanalyse

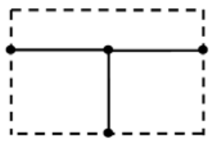
Gegeben sei folgendes Netzwerk:



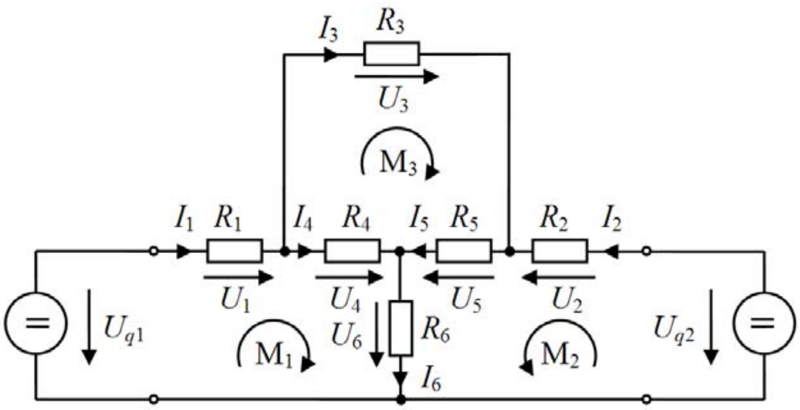

Gesucht sind die Ströme durch die Widerstände $R_1$ bis $R_6$, und die Spannungsabfälle an diesen Widerständen.

**Erster Schritt:**

Zeichnen des Graphen und Wahl des Baumes (die Verbindungszweige sind gestrichelt).



**Zweiter und dritter Schritt:** (Willkürliche) Orientierung der Spannungen, Ströme und Maschen




**Vierter Schritt:** Aufstellen der Maschengleichungen

M1: $U_1 + U_4 + U_6 - U_{q1} = 0$

M2: $U_2 + U_5 + U_6 - U_{q2} = 0$

M3: $U_3 + U_5 - U_4 = 0$

**Fünfter Schritt**: Einsetzen der Spannungsabfälle an den Widerständen

M1: $R_1 \cdot I_1 + R_4 \cdot I_4 + R_6 \cdot I_6 - U_{q1} = 0$

M2: $R_2 \cdot I_2 + R_5 \cdot I_5 + R_6 \cdot I_6 - U_{q2} = 0$

M3: $R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot I_5 - R_4 \cdot I_4 = 0$

**Sechster Schritt:** Ausdrücken der Ströme in den Zweigen des Baumes durch die Ströme in den Verbindungszweigen

$I_4 = I_1 - I_3; \quad I_5 = I_2 + I_3; \quad I_6 = I_1 + I_2$

und Einsetzen in die Maschengleichungen

M1: $R_1 \cdot I_1 + R_4 \cdot (I_1 - I_3) + R_6 \cdot (I_1 + I_2) - U_{q1} = 0$

M2: $R_2 \cdot I_2 + R_5 \cdot (I_2 + I_3) + R_6 \cdot (I_1 + I_2) - U_{q2} = 0$

M3: $R_3 \cdot I_3 + R_5 \cdot (I_2 + I_3) - R_4 \cdot (I_1 - I_3) = 0$

**Siebter Schritt:** Vereinfachen und Lösen des Gleichungssystems

M1: $I_1 \cdot (R_1 + R_4 + R_6) + I_2 \cdot R_6 - I_3 \cdot R_4 - U_{q1} = 0$

M2: $I_1 \cdot R_6 + I_2 \cdot (R_2 + R_5 + R_6) + I_3 \cdot R_5 - U_{q2} = 0$

$M_3$: $-I_1 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_5 + I_3\left(R_3 + R_4 + R_5\right) = 0$

Dies sind drei Gleichungen mit den drei Unbekannten $I_1$, $I_2$, $I_3$.

Wird dieses Gleichungssystem von Hand allgemein gelöst (ohne eingesetzte Zahlenwerte für die Widerstände und Spannungsquellen), so ist dies mit einem erheblichen Rechenaufwand verbunden. Es ergeben sich Ausdrücke für die Ströme mit einer Länge von ca. zwei Seiten DIN A4 Querformat; die Wahrscheinlichkeit eines Rechenfehlers ist entsprechend groß.

Für das Beispiel werden deshalb folgende Zahlenwerte gewählt:

$R_1 = 100\ \Omega$; $R_2 = 330\ \Omega$; $R_3 = 470\ \Omega$; $R_4 = 1\ \text{k}\Omega$; $R_5 = 2{,}2\ \text{k}\Omega$; $R_6 = 220\ \Omega$;
$U_{q1} = 5\ \text{V}$; $U_{q2} = 10\ \text{V}$

Daraus folgt: $R_1 + R_4 + R_6 = 1320\ \Omega$; $R_2 + R_5 + R_6 = 2750\ \Omega$; $R_3 + R_4 + R_5 = 3670\ \Omega$

Die Maschengleichungen lauten jetzt (ohne Einheiten)

$M_1$: $1320 \cdot I_1 + 220 \cdot I_2 - 1000 \cdot I_3 - 5 = 0$

$M_2$: $220 \cdot I_1 + 2750 \cdot I_2 + 2200 \cdot I_3 - 10 = 0$

$M_3$: $-1000 \cdot I_1 + 2200 \cdot I_2 + 3670 \cdot I_3 = 0$

**Auflösen von $M_1$ nach $I_1$ ergibt:** $I_1 = \frac{-1}{6} \cdot I_2 + \frac{25}{33} \cdot I_3 + \frac{1}{264}$

**Einsetzen von $I_1$ in $M_2$:** $220 \cdot \left(\frac{-1}{6} \cdot I_2 + \frac{25}{33} \cdot I_3 + \frac{1}{264}\right) + 2750 \cdot I_2 + 2200 \cdot I_3 - 10 = 0$

**Vereinfachen:** $\frac{8140}{3} \cdot I_2 + \frac{7100}{3} \cdot I_3 - \frac{55}{6} = 0$

**Auflösen nach $I_2$:** $I_2 = \frac{-355}{407} \cdot I_3 + \frac{1}{296}$

**Einsetzen von $I_1$ in $M_3$:** $-1000 \cdot \left(\frac{-1}{6} \cdot I_2 + \frac{25}{33} \cdot I_3 + \frac{1}{264}\right) + 2200 \cdot I_2 + 3670 \cdot I_3 = 0$

**Einsetzen von $I_2$** (dann ist nur noch $I_3$ als Unbekannte in der Gleichung):

$$-1000 \cdot \left[\frac{-1}{6} \cdot \left(\frac{-355}{407} \cdot I_3 + \frac{1}{296}\right) + \frac{25}{33} \cdot I_3 + \frac{1}{264}\right] + 2200 \cdot \left(\frac{-355}{407} \cdot I_3 + \frac{1}{296}\right) + 3670 \cdot I_3 = 0$$

**Auflösen nach $I_3$:** $I_3 = \frac{-685}{138076}$ $\boxed{I_3 = -4{,}961 \cdot 10^{-3}\ \text{A}}$

**$I_3$ einsetzen in $I_2$:** $I_2 = \frac{-355}{407} \cdot I_3 + \frac{1}{296} = \frac{23407}{3037672}$ $\boxed{I_2 = 7{,}706 \cdot 10^{-3}\ \text{A}}$

**$I_2$ und $I_3$ einsetzen in $I_1$:**

$I_1 = \frac{-1}{6} \cdot \left(7{,}706 \cdot 10^{-3}\right) + \frac{25}{33} \cdot \left(-4{,}961 \cdot 10^{-3}\right) + \frac{1}{264}$ $\boxed{I_1 = -1{,}255 \cdot 10^{-3}\ \text{A}}$

Die Richtungen der Ströme wurden beim Einzeichnen in das Schaltbild willkürlich gewählt. Aus den negativen Vorzeichen von $I_1$ und $I_3$ ist ersichtlich, dass diese Ströme in

Wirklichkeit entgegen der in das Schaltbild eingezeichneten Richtung fließen. Die restlichen Ströme $I_4$, $I_5$, $I_6$ sind jetzt leicht zu berechnen.

In Schritt sechs war: $I_4 = I_1 - I_3$; $\quad I_5 = I_2 + I_3$; $\quad I_6 = I_1 + I_2$

Daraus folgt unmittelbar: $I_4 = 3{,}706 \cdot 10^{-3}\ \text{A}$; $\quad I_5 = 2{,}745 \cdot 10^{-3}\ \text{A}$; $\quad I_6 = 6{,}451 \cdot 10^{-3}\ \text{A}$

Nachdem jetzt alle Zweigströme bekannt sind, lassen sich auch die Zweigspannungen nach dem ohmschen Gesetz leicht berechnen.

Es ist z. B.: $U_1 = R_1 \cdot I_1 = 100\ \Omega \cdot \left(-1{,}255\ \text{mA}\right) = -0{,}1255\ \text{V} = -125{,}5\ \text{mV}$

Die Spannung $U_1$ ist in Wirklichkeit der Richtung im Schaltbild entgegengesetzt, welche willkürlich eingetragen wurde.

Entsprechend lassen sich die restlichen Zweigspannungen berechnen.

Wie man beim Lösen des Systems der Maschengleichungen gesehen hat, ist die Rechenarbeit von Hand sehr mühevoll, selbst wenn Zahlenwerte eingesetzt werden. Sind für ein kompliziertes Netzwerk viele unbekannte Ströme und Spannungen zu bestimmen, so ist dies von Hand schwer zu bewältigen.

Mit einem PC kann man sich unter Anwendung geeigneter Programme die Rechenarbeit wesentlich erleichtern. Eine Möglichkeit hierzu bietet das Programm »Mathcad®«[24].
Sind die Maschengleichungen (siebter Schritt) aufgestellt, so können die unbekannten Größen mit Mathcad in wenigen Sekunden berechnet werden. Mit Mathcad ist es sogar möglich, die Maschengleichungen nach den gesuchten Strömen allgemein aufzulösen (ohne eingesetzte Zahlenwerte). Bei dem Netzwerk aus unserem Beispiel dauert auch dies am PC nur wenige Sekunden.

Eine andere Möglichkeit zur Netzwerkanalyse bieten spezielle Simulationsprogramme. Mit ihnen kann das Schaltbild eines elektrischen Netzwerkes am PC gezeichnet, und das Netzwerk simuliert werden. Für die Simulation müssen keine Maschengleichungen aufgestellt werden. Als Ergebnis der Simulation erhält man die unbekannten Größen. Sind die speisenden Quellen keine Gleichspannungen, sondern zeitabhängig, so erhält man als Ergebnis am Bildschirm auch den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgrößen. Wird ein Bauteilwert geändert, so kann nach einer erneuten Simulation, die meist nur wenige Sekunden dauert, der Einfluss auf die Ausgangsgrößen sofort beurteilt werden.

Mit einer Testversion des Programmes MicroSim™ PSPICE®[25] wurde obiges Beispiel zur Maschenanalyse simuliert. Als Ergebnis erhält man das folgende Schaltbild.

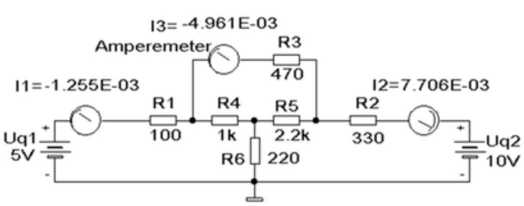



**Abb. 8.15:** Simulation eines Netzwerkes mit PSPICE (»E« bedeutet Exponent, k = kΩ)

[24] Eingetragenes Warenzeichen der MATHSOFT, INC.
[25] MicroSim Corporation

Nach der Simulation können die gesuchten Ströme sofort an den in das Schaltbild eingefügten Amperemetern abgelesen werden. Die Amperemeter können beim Zeichnen des Netzwerkes in einen beliebigen Zweig gelegt werden. Auch Voltmeter lassen sich an beliebigen Knoten anschließen. Die Höhe der Spannungen (sowie deren zeitlicher Verlauf) wird nach der Simulation am Bildschirm angezeigt. PSPICE bietet noch wesentlich mehr Möglichkeiten zur Analyse eines Netzwerkes, auf die hier nicht eingegangen wird.

## Leseprobe 3

# 15 Schwingkreise

Eine elektrische Schaltung, die mindestens eine Kapazität und mindestens eine Induktivität enthält, nennt man auch Schwingkreis oder Resonanzkreis. Beim Reihenschwingkreis liegen Kapazität und Induktivität in Reihe, beim Parallelschwingkreis sind sie parallel geschaltet. Nachfolgend wird das Widerstandsverhalten und der Frequenzgang beider Formen von Schwingkreisen betrachtet. Dabei wird vorwiegend vorausgesetzt, dass die Frequenz der am Schwingkreis anliegenden Wechselspannung verändert wird, ihre Höhe jedoch konstant bleibt.

## 15.1 Reihenschwingkreis ohne Verluste

Der verlustfreie Reihenschwingkreis besteht aus einer idealen Spule und einem idealen Kondensator (und ist somit nicht herstellbar). Er enthält keinen dämpfenden ohmschen Widerstand.

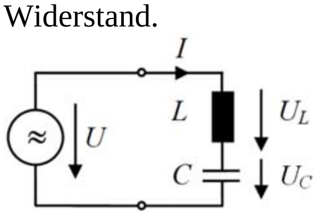



**Abb. 15.1:** Verlustfreier Reihenschwingkreis

Legt man an einen Schwingkreis eine Wechselspannung, so wird er zu erzwungenen elektromagnetischen Schwingungen angeregt. Der Kondensator des Schwingkreises wird durch die anliegende Wechselspannung abwechselnd aufgeladen, entladen und mit umgekehrter Polarität wieder aufgeladen. Ist der Kondensator vollständig aufgeladen, so liegt ein Maximum der in ihm gespeicherten Energie $E_E$ vor. Ist er vollständig entladen, so ist die gespeicherte Energie minimal. Ebenso periodisch ändert sich das Magnetfeld der Spule und die im Magnetfeld gespeicherte Energie $E_M$.

Der Strom $I$ eilt der Spannung $U_L$ an der Spule um 90° nach und der Spannung $U_C$ am Kondensator um 90° voraus. Dies bedeutet: Ist die im Magnetfeld der Spule gespeicherte Energie maximal, so ist die im Kondensator gespeicherte Energie minimal und umgekehrt.

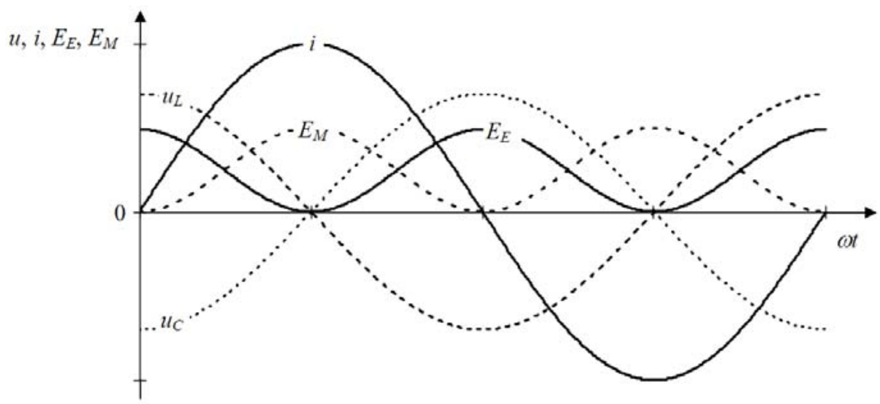



**Abb. 15.2:** Verlauf des Stromes, der Spannungen und Energien beim verlustfreien Reihenschwingkreis

Die im Magnetfeld der Spule gespeicherte Energie ist $E_L = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

und die im Kondensator gespeicherte Energie ist $E_C = \frac{1}{2} C \cdot U^2$.

Trägt man den sinusförmigen Strom $I$, die Spannung $U_L$ und $U_C$, sowie $E_L$ und $E_C$ entlang der Zeitachse auf, so erhält man die obige Grafik. Man erkennt, dass die gespeicherte Energie zwischen Kondensator und Spule hin- und herpendelt. Die Summe der elektrischen und magnetischen Energie ist in jedem Augenblick gleich groß. Beim Maximum von $E_L$ ist $E_C$ minimal und umgekehrt. Diese periodische Umwandlung von elektrischer und magnetischer Feldenergie kennzeichnet eine elektromagnetische Schwingung.

Der Blindwiderstand der Reihenschaltung aus Spule und Kondensator ist:

$Z = X_L + X_C = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = j \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ mit dem Betrag

$|Z| = \left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right|$.

$|Z|$ stellt die Differenz einer Geraden $X_L(\omega) = L \cdot \omega$ und einer Hyperbel

$X_C(\omega) = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{\omega}$ dar.

Der Betrag des Stromes $I$ ist: $I = \frac{U}{|Z|}$.

Mit $L = 1\ \mathrm{H}$, $C = 1\ \mathrm{F}$, $U = 1\ \mathrm{V}$ ergibt sich folgender Verlauf der Funktionen.

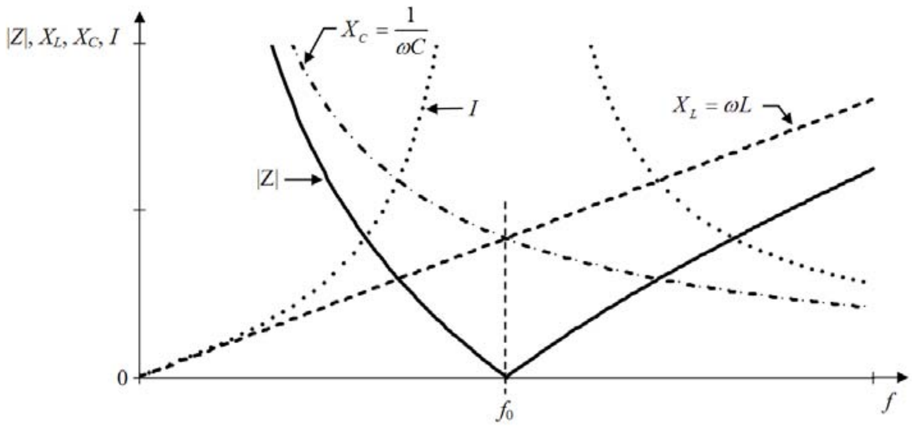



**Abb. 15.3:** Frequenzgang der Widerstände und des Stromes beim verlustfreien Reihenschwingkreis

Bei einer Änderung der Frequenz von $f = 0$ Hz (Gleichspannung) ausgehend soll nun die Auswirkung auf $|Z|$ betrachtet werden ($C$ und $L$ haben feste Werte). Bei Gleichspannung sperrt der Kondensator und $|Z|$ ist ∞. Mit steigender Frequenz nimmt $X_C$ ab und $X_L$ zu. Da **$X_C$ bis zur Frequenz $f_0$ überwiegt**, stellt der Kreis einen **kapazitiven** Widerstand dar. Der Strom $I$ eilt der Spannung $U$ vor.

Bei einer bestimmten Frequenz werden $X_C$ und $X_L$ gleich groß (Schnittpunkt beider Kurven), nun ist

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

Die beiden Widerstände heben sich auf und der Gesamtwiderstand ist 0 Ω.

Die Frequenz $f_0$, bei der dieser Zustand auftritt, wird **Resonanzfrequenz** genannt.

Wird die Frequenz weiter erhöht, so überwiegt $X_L$. Die Schaltung wirkt **ab $f_0$ mit zunehmender Frequenz** wie ein **induktiver** Widerstand. Der Strom $I$ eilt der Spannung $U$ nach.

Wird die Frequenz unendlich groß, so wird auch der Widerstand unendlich ($|Z| = \infty$).

Es sei erwähnt, dass der Zustand der Resonanz nicht nur durch Veränderung der Frequenz, sondern natürlich auch durch Änderung der Werte von $L$ oder $C$ erreicht werden kann.

Zur Berechnung der Resonanzfrequenz braucht man nur die **Resonanzbedingung**

$X_L = X_C$ oder $\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ betrachten.

Es folgt: $\omega^2 = \dfrac{1}{LC}$; $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.

Mit $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ erhält man die Resonanzfrequenz.

$\omega_0$ ist die Resonanz**kreis**frequenz.

Gl. 128: Thomson[26]-Gleichung zur Berechnung der Resonanzfrequenz

$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ $\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$ $f_0$, $\omega_0$ in Hz, $L$ in H, $C$ in F

Mit der Thomsonschen Gleichung kann die Resonanzfrequenz oder mit

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

die Schwingungsdauer der ungedämpften elektrischen Schwingung berechnet werden.

Da der Widerstand des verlustfreien Reihenschwingkreises im Resonanzfall null Ohm ist, würde bei ungedämpfter Reihenresonanz der Strom unendlich groß werden (siehe Abb. 15.3).

## 15.2 Reihenschwingkreis mit Verlusten

Ein verlustfreier (idealer) Schwingkreis lässt sich nicht herstellen, da stets ein Verlustwiderstand vorhanden ist. Die Verluste in Spule und Kondensator lassen sich durch einen ohmschen Widerstand in Reihe zum Schwingkreis berücksichtigen. Der Wirkwiderstand $R$ stellt die Summe aller reellen Widerstände dar, z. B. ohmsche Leitungswiderstände, dielektrische Verluste, Skineffekt-, Wirbelstrom- und Ummagnetisierungsverluste.

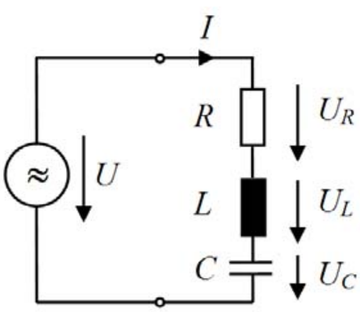



**Abb. 15.4:** Reihenschwingkreis mit Verlusten

Der Scheinwiderstand der Reihenschaltung aus $R$, $L$, $C$ ist

$$Z = R + j \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \text{ mit dem Betrag } |Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} .$$

Im Resonanzfall ergeben die Blindwiderstände zusammen null Ohm, es bleibt nur noch der ohmsche Widerstand übrig, der als **Resonanzwiderstand** bezeichnet wird. Der Scheinwiderstand ist dann reell, so dass **Strom und Spannung in Phase** sind, dies ist **das Kennzeichen der Resonanz.**

[26] W. THOMSON (1824 – 1907), engl. Physiker, im Adelsstand Lord Kelvin

Auch beim Reihenschwingkreis mit Verlusten ergibt sich aus der Resonanzbedingung

$X_L = X_C$ oder $\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$

die Thomson-Gleichung zur Berechnung der Resonanzfrequenz.

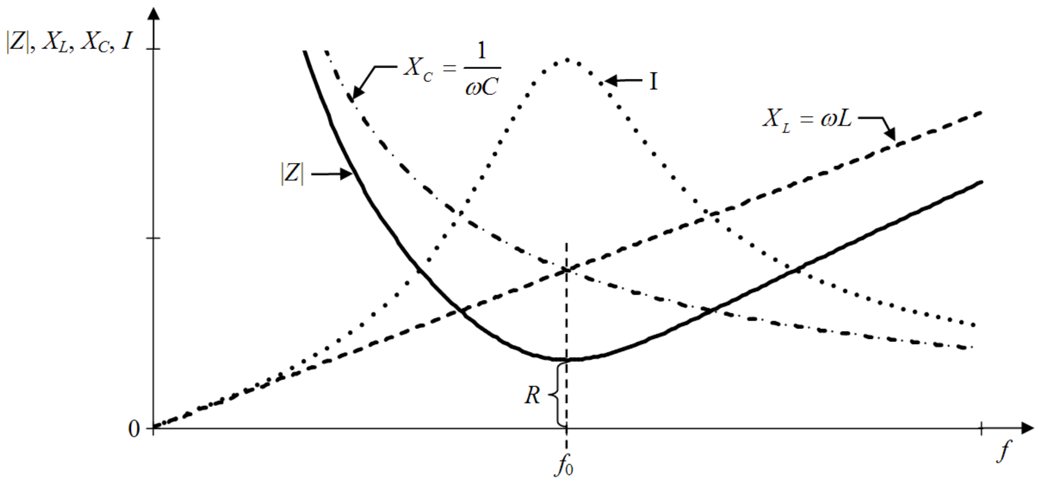



**Abb. 15.5:** Frequenzgang der Widerstände und des Stromes beim Reihenschwingkreis mit Verlusten

In der Praxis ist der Resonanzwiderstand $R$ sehr klein und erreicht Werte bis zu einigen Ohm.

Da sich im Resonanzfall die beiden Blindwiderstände aufheben, ist der Strom $I$ bei der Resonanzfrequenz $f_0$ am größten. Dadurch können bei Resonanz die an den Blindwiderständen $X_L$ und $X_C$ auftretenden Spannungen $U_L$ und $U_C$ erheblich größer werden (z. B. bis zu 100 oder 150-fach) als die Versorgungsspannung $U$.
Man spricht deshalb beim Reihenschwingkreis auch von **Spannungsresonanz**.
Bei Resonanz sind die beiden Spannungsabfälle $U_L$ und $U_C$ gleich groß und um 180° phasenverschoben.

Die Größe der Spannungsüberhöhung wird durch das Verhältnis von Spannungsabfall am Blindwiderstand zu Versorgungsspannung gekennzeichnet und wird **Gütefaktor *Q*** genannt.

Mit $U_L = I \cdot \omega_0 L$, $U_C = I \cdot \dfrac{1}{\omega_0 C}$, $U = I \cdot R$ und $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ folgt Gl..

Nebenrechnung: $\dfrac{\omega_0 L}{R} = \dfrac{1}{R} \cdot \dfrac{L}{\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{R} \cdot \sqrt{\dfrac{L^2}{LC}} = \dfrac{1}{R} \cdot \sqrt{\dfrac{L}{C}}$

Gl. 129: Gütefaktor des Reihenschwingkreises

$$\boxed{Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

Der Kehrwert des Gütefaktors heißt **Dämpfung *d***.

Gl. 130: Dämpfung des Reihenschwingkreises

$$\boxed{d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC = R\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

Mit der Resonanzkreisfrequenz $\omega_0$ ist der Betrag der Blindwiderstände $X_0 = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$.

$X_0$ wird als **Kennwiderstand** des Schwingkreises bezeichnet.

Mit der Resonanzbedingung $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ bzw. $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ gilt auch $X_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Gl.131: Kennwiderstand des Schwingkreises

$$\boxed{X_0 = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

Die Zeigerdiagramme für den verlustbehafteten Reihenschwingkreis zeigt folgende Darstellung.

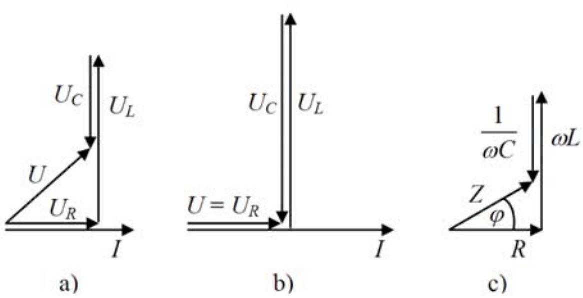



**Abb. 15.6:** Zeigerdiagramme für den verlustbehafteten Reihenschwingkreis.
a) Spannungen (allgemein),
b) Spannungen bei Resonanz,
c) Widerstände (allgemein)

Den Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung erhält man aus

$$\tan(\varphi) = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Gl.132: Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung beim verlustbehafteten Reihenschwingkreis

$$\boxed{\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)}$$

Bei der Resonanzfrequenz $f_0$ ist $\varphi = 0$.

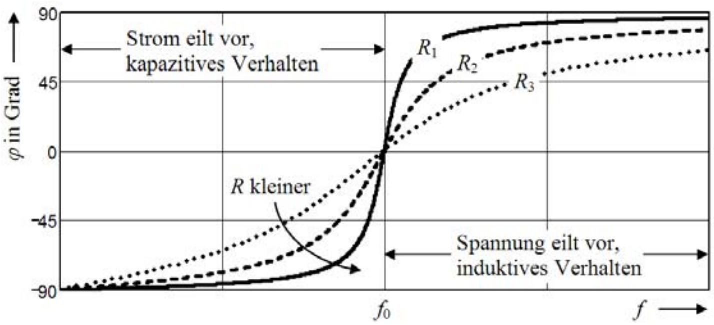



**Abb. 15.7:** Verlauf des Phasenwinkels beim verlustbehafteten Reihenschwingkreis für drei verschiedene Werte des Wirkwiderstandes $R$ ($R_1 < R_2 < R_3$)

Je kleiner der Wirkwiderstand $R$ ist, umso sprungartiger erfolgt die Änderung des Phasenwinkels in der Umgebung der Resonanzfrequenz $f_0$.

Würde man in Abb. zum Kondensator einen Wirkwiderstand parallel schalten und dann die Resonanzfrequenz bestimmen, so würde man ein Ergebnis erhalten, das von dem in Gl. (Thomson-Gleichung) abweicht.

Die Bedingung für Resonanz ist, dass die Blindwiderstände verschwinden und somit Strom und Spannung in Phase sind. Um dies zu erreichen, kann man folgendermaßen vorgehen:

**Allgemeine Ermittlung der Resonanzfrequenz einer Schaltung:**
**1. Berechnung des komplexen Scheinwiderstandes der Schaltung.**
**2. Imaginärteil gleich null setzen und nach der (Kreis-) Frequenz auflösen.**

Für die Beträge der in Abb. 15.4 eingezeichneten Größen ergeben sich die Werte:

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}\,;\; U_R = I \cdot R\,;\; U_L = I \cdot \omega L\,;\; U_C = I \cdot \frac{1}{\omega C}$$

Die folgende Abbildung zeigt den Amplitudengang der an den Blindwiderständen und am Wirkwiderstand auftretenden Teilspannungen $U_L$, $U_C$ und $U_R$ jeweils bei zwei unterschiedlichen Dämpfungen (bei zwei unterschiedlichen Werten des Wirkwiderstandes $R$, wobei $R_1 < R_2$ ist). Die Versorgungsspannung $U$ ist konstant.

Diese Kurven werden auch **Resonanzkurven** genannt.

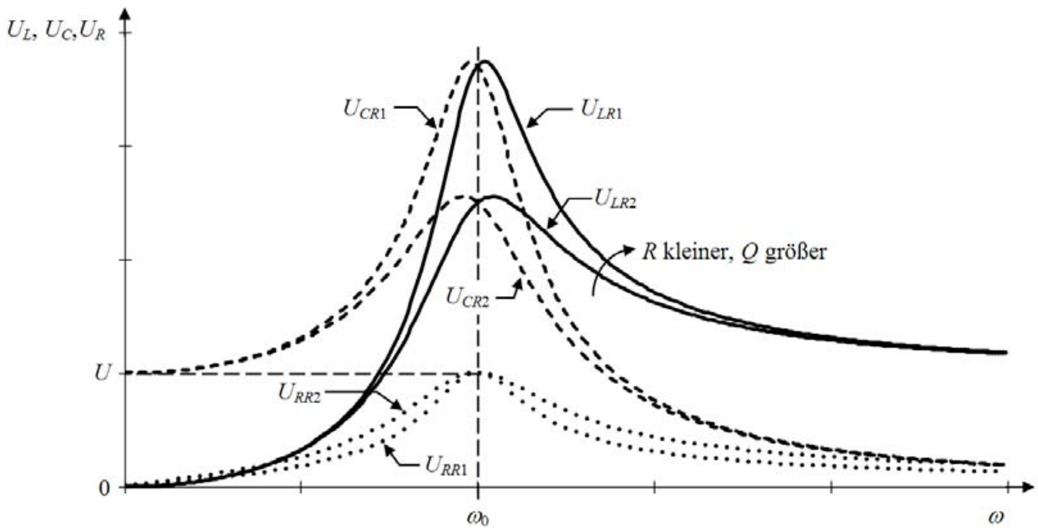



**Abb. 15.8:** Resonanzkurven der Teilspannungen $U_L$, $U_C$, $U_R$ eines Reihenschwingkreises

Je kleiner der Wirkwiderstand $R$ wird, umso größer werden die Maximalwerte von $U_L$ und $U_C$ bei der Resonanzkreisfrequenz $\omega_0$. Mit kleiner werdendem $R$ nimmt die Dämpfung ab und der Gütefaktor $Q$ zu.

$U_L$ und $U_C$ können größer als die erregende Spannung $U$ werden. Dies wird als **Resonanzüberhöhung** bezeichnet. Im Resonanzfall liegt am Wirkwiderstand $R$ die speisende Spannung $U$.

Die Maximalwerte der Spannungen $U_L$ und $U_C$ liegen bei einer von $\omega_0$ abweichenden Kreisfrequenz. Diese Abweichung ist jedoch in der Regel sehr gering und meistens bedeutungslos. Für $Q \gg 1$ liegen die Maximalwerte von $U_L$ und $U_C$ praktisch bei $\omega_0$.

Nach den Resonanzkurven der Teilspannungen wird nun die Resonanzkurve des Stromes betrachtet.

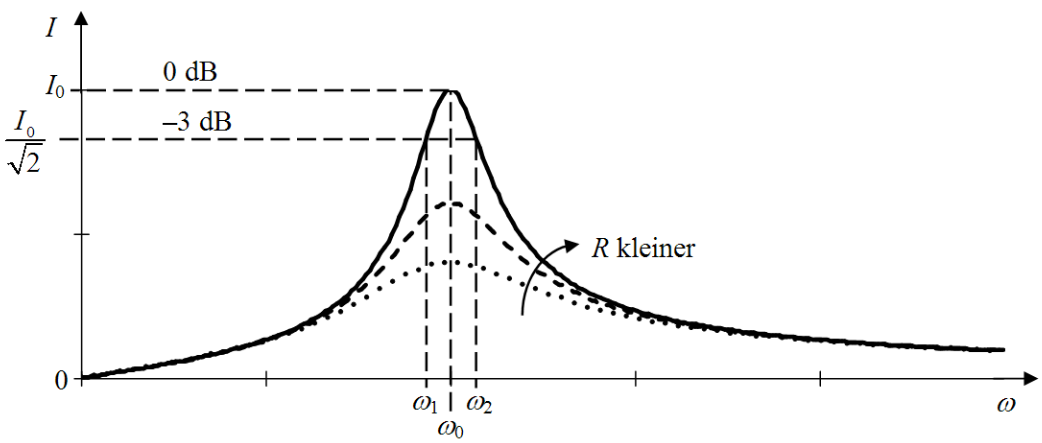



**Abb. 15.9:** Amplitudengang (Resonanzkurve) des Stromes bei einem Reihenschwingkreis

Der Strom ist bei der Resonanzkreisfrequenz $\omega_0$ am größten. Je kleiner $R$ wird, umso größer ist das Strommaximum.

# Leseprobe 4

## 19.5 Die drei Grundschaltungen des Transistors

Bei den bisherigen Betrachtungen war die Basis der gemeinsame Anschlusspunkt des Eingangs- und des Ausgangskreises. Diese Grundschaltung des Transistors wird als **Basisschaltung** bezeichnet. Bei gleichen inneren Vorgängen kann der Transistor auch in zwei anderen Grundschaltungen betrieben werden. In der **Emitterschaltung** ist der Emitter, in der **Kollektorschaltung** ist der Kollektor der gemeinsame Anschlusspunkt von Eingangs- und Ausgangskreis. Die drei Grundschaltungen des Transistors werden jeweils nach dem Anschluss benannt, der auf konstantem Potenzial liegt bzw. der mit Ein- und Ausgang verbunden ist.

Die drei Grundschaltungen unterscheiden sich wesentlich in ihren typischen Eigenschaften z. B. bezüglich Eingangs-, Ausgangswiderstand, Strom-, Spannungs-, Leistungsverstärkung, woraus sich ihre Anwendungen ableiten.

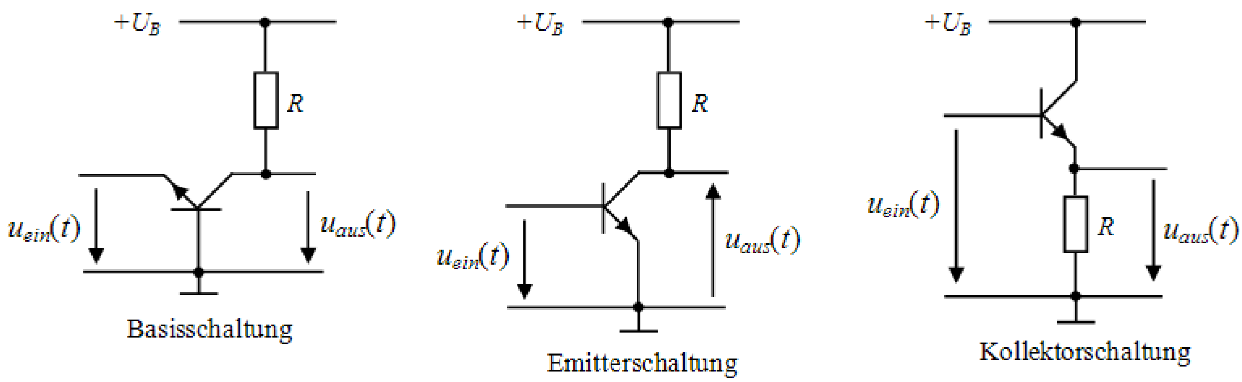



**Abb. 19.11:** Grundschaltungen eines npn-Transistors

## 19.6 Betriebsarten

Zwei grundsätzliche Betriebsarten eines Transistors sind je nach Verwendungszweck der **Betrieb als linearer Verstärker** und der **Betrieb als Schalter**.

### Verstärkerbetrieb

Ein linearer elektronischer Verstärker hat die Aufgabe, die kleine Amplitude eines elektrischen Signals am Eingang auf einen gewünschten Wert am Ausgang zu vergrößern. Die Verstärkung soll möglichst linear, d. h. ohne Verzerrung oder Verfälschung der Kurvenform des Originalsignals erfolgen. Verzerrungen durch eine nichtlineare, gekrümmte Kennlinie des Verstärkers führen zu einem merklichen Klirrfaktor. Ändert man den Basisstrom eines Transistors in positiver und negativer Richtung um gleiche Beträge, so soll im Idealfall auch der Kollektorstrom im gleichen Verhältnis schwanken. Dies ist eine lineare Aussteuerung des Transistors im Verstärkerbetrieb. (Siehe auch Abb. 19.21)

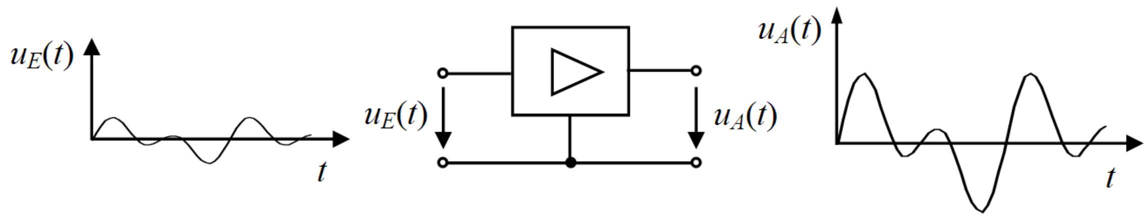



**Abb. 19.12:** Schematische Darstellung eines Verstärkers mit Ein- und Ausgangssignal

Der Betrieb des Transistors als Verstärker heißt **Normalbetrieb** oder **Vorwärtsbetrieb**. Man sagt, der Transistor arbeitet im **aktiven Bereich** oder im normalen Arbeitsbereich, in dem eine lineare Verstärkung stattfindet.

Im Normalbetrieb werden die äußeren Gleichspannungen an den Transistor immer so angelegt, dass der Übergang Emitter-Basis in Durchlassrichtung und der Übergang Kollektor-Basis in Sperrrichtung gepolt ist. Im aktiven Bereich ist die Emitter-Basis-Diode immer leitend und die Kollektor-Basis-Diode immer gesperrt.

Bei der Anwendung des Transistors als Verstärker liegt im Ausgangskreis stets ein Lastwiderstand $R_L$ (Arbeitswiderstand). Außerdem ist die Gleichspannung $U_B$ (Betriebsspannung) im Ausgangskreis größer als die Gleichspannung $U_{BE}$ im Eingangskreis. $U_{BE}$ bewirkt nach Polung und Größe, dass die Emitter-Basis-Diode leitet und der Gleichstrom $I_B$ fließt. Der Gleichspannung $U_{BE}$ ist eine kleine Wechselspannung $u_B(t)$ überlagert. Dadurch wird $I_B$ ein kleiner Wechselstrom $i_B(t)$ überlagert. Ändert sich die Eingangsspannung um $\Delta U_{BE}$, so ergibt dies entsprechend der Steuerwirkung des Eingangskreises eine starke Änderung $\Delta I_C$ des Ausgangsstromes. Dadurch entsteht am Lastwiderstand eine Spannungsänderung $\Delta I_C \cdot R_L$, die viel größer ist als die Eingangsspannungsänderung $\Delta U_{BE}$. Die Eingangsspannung $u_B(t)$ wird also verstärkt und liegt als Spannungsabfall $u_C(t)$ am Lastwiderstand $R_L$. Die Spannung $u_B(t)$ im Eingangskreis steuert im Ausgangskreis den Strom $i_C(t)$, der die verstärkte Spannung $u_C(t)$ ergibt.

Da eine Gleichspannungsquelle für Wechselstrom durchlässig ist (sie wirkt wie ein sehr großer Kondensator und kann durch einen Kurzschluss ersetzt werden), muss $u_C(t)$ nicht über zwei Klemmen an $R_L$ abgegriffen werden, sondern kann von einem Punkt (Kollektor) gegen Masse abgenommen werden (vgl. Abb. 19.11, Emitterschaltung).

*Anmerkung:* $R_L$ wird häufig mit $R_C$ bezeichnet, da der Widerstand am Kollektor angeschlossen ist.

Bei der Emitterschaltung ist die Ausgangsspannung gegenüber der Eingangsspannung um $\varphi = 180°$ phasenverschoben. Wird die Basis positiver, so nimmt der Kollektorstrom zu, $u_c(t)$ wird größer und der Kollektor negativer (Pfeilspitze von $u_c(t)$ = negatives Potenzial).

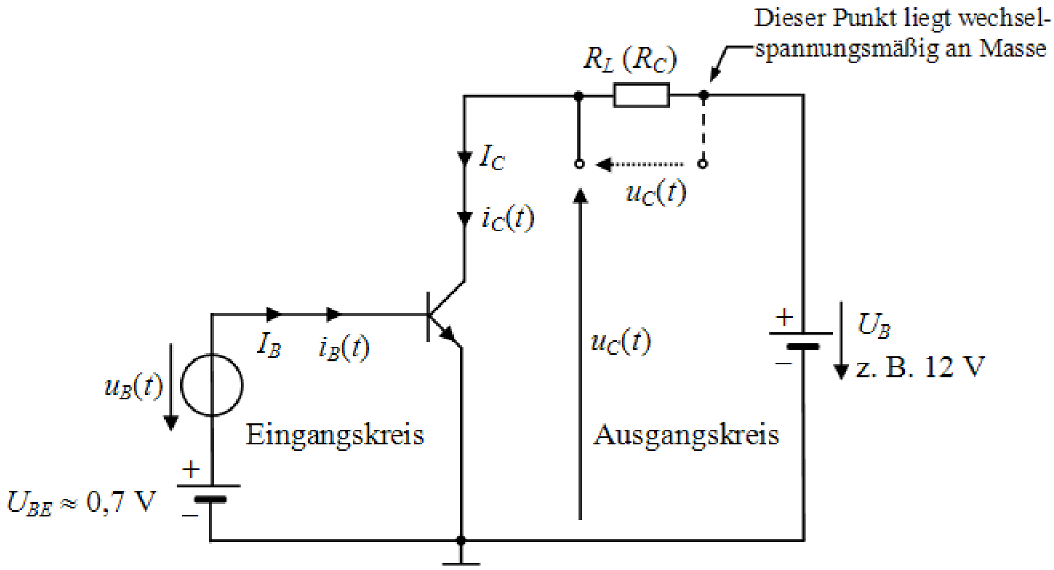



**Abb. 19.13:** Prinzipielle Arbeitsweise des Transistors als Verstärker (Emitterschaltung)

**Schalterbetrieb**

Vom Betrieb des Transistors als Verstärker ist der Betrieb als elektronischer Schalter zu unterscheiden. Unter Schalterbetrieb eines Transistors versteht man, dass dieser nur zwei verschiedene Schaltzustände einnimmt. Obwohl ein Schalterbetrieb in allen drei Grundschaltungen (Basis-, Kollektor-, Emitterschaltung) möglich ist, wird meist die Emitterschaltung bevorzugt, da hierbei sowohl eine Strom- als auch eine Spannungsverstärkung auftreten. Im Schalterbetrieb wird die Basis mit einer impulsförmigen Spannung so angesteuert, dass die Kollektor-Emitter-Strecke schlagartig leitet oder sperrt. Die Spannung über dem Transistor (Spannung zwischen Kollektor und Emitter) nimmt in Abhängigkeit von dessen Schaltzustand nur zwei, voneinander verschiedene Werte ein. Bei eingeschaltetem Transistor ($U_E$ ist positiv) leitet der Transistor den Strom, die Ausgangsspannung $U_A$ ($= U_{CE}$) ist nahezu 0 V (Schalter schließt kurz, ist eingeschaltet). Bei gesperrtem Transistor ($U_E$ = null oder negativ) leitet der Transistor den Strom nicht, die Ausgangsspannung ist fast gleich der Speisespannung $+U_B$ (Schalter sperrt, ist ausgeschaltet).

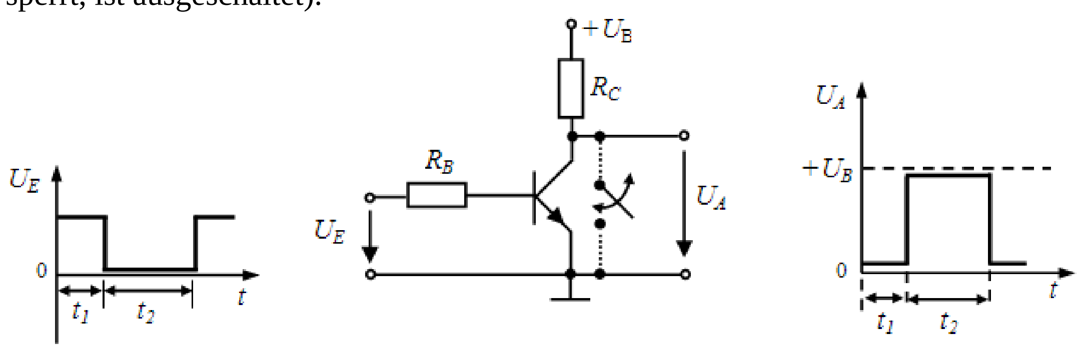



**Abb. 19.14:** Prinzipschaltung für einen Transistor als Schalter (das Schaltersymbol soll die Wirkungsweise veranschaulichen)

## Ende der Leseprobe „Grundwissen „Elektrotechnik“